

Estabilidad transitoria

Pablo Ledesma
Universidad Carlos III de Madrid

22 de septiembre de 2008

Índice

1. Concepto de estabilidad transitoria	1
2. Criterio de igualdad de áreas	2
2.1. Ejemplo de oscilación de la máquina síncrona	3
2.2. Fundamento matemático del criterio de igualdad de áreas	5
2.3. Ejemplo de respuesta estable a un cortocircuito	6
2.4. Ejemplo de respuesta críticamente estable a un cortocircuito . . .	7
2.5. Ejemplo de respuesta inestable a un cortocircuito	11
2.6. Otro ejemplo de cortocircuito	11
2.7. Factores que afectan a la estabilidad transitoria	12
3. Simulación de la respuesta dinámica del sistema eléctrico	15
3.1. Modelo dinámico del sistema eléctrico	16
3.2. Modelo dinámico del generador síncrono	17
3.3. Modelos reducidos de generador	20
3.4. Esquema general del modelo dinámico de sistema eléctrico	20
3.5. Métodos de integración	21
4. Ejemplo de simulación dinámica de un sistema eléctrico	22
5. Faltas desequilibradas	29

1. Concepto de estabilidad transitoria

La estabilidad transitoria es la capacidad del sistema eléctrico para mantener el sincronismo cuando es sometido a una perturbación fuerte, por ejemplo a una falta en la red de transporte, a una pérdida de generación o la pérdida de una cantidad importante de carga.

El sistema eléctrico responde a una perturbación de estas características mediante grandes variaciones de los ángulos de los generadores síncronos y grandes oscilaciones de los flujos de potencia, de las tensiones y de otras variables del sistema. Si la separación angular entre generadores síncronos permanece acotada, entonces el sistema mantiene el sincronismo. En caso contrario pierde el sincronismo, lo cual suele hacerse evidente transcurridos 2 ó 3 segundos desde la perturbación.

La estabilidad es una propiedad de un sistema en un punto de funcionamiento dado sometido a una perturbación determinada. La misma red eléctrica sometida a la misma perturbación puede ser estable en un punto de funcionamiento (por ejemplo, en hora valle) e inestable en otro (por ejemplo, en hora punta). Del mismo modo, la misma red en el mismo punto de funcionamiento puede ser estable ante una perturbación e inestable ante otra. En consecuencia, los estudios de estabilidad suelen precisar el análisis de un número de casos elevado, para así poder abarcar las distintas perturbaciones de interés y los principales puntos de funcionamiento del sistema.

2. Criterio de igualdad de áreas

El criterio de igualdad de áreas es un método gráfico de evaluación de la estabilidad transitoria aplicable a sistemas sencillos. Su mayor interés no reside en su uso práctico, ya que su aplicación es difícil en los sistemas eléctricos reales, sino en su carácter gráfico e intuitivo. El criterio de igualdad de áreas facilita la comprensión de los conceptos fundamentales involucrados en las oscilaciones electromecánicas en sistemas eléctricos.

Para explicar el criterio de igualdad de áreas seguiremos el razonamiento expuesto en el libro de Kundur [1, sec. 13.1]. Consideremos el sistema representado en la figura 1, cuyo circuito equivalente se muestra en la figura 2. Este sistema contiene un generador síncrono, representado por una fuente de tensión interna $E' \angle \delta$ detrás de una reactancia síncrona X'_d , unido a través de un transformador X_{tr} y de dos líneas en paralelo X_{l1} y X_{l2} a un nudo de la red de transporte de frecuencia constante y tensión fija $E_{red} \angle 0$. Este nudo se denomina *nudo de potencia infinita* o *nudo infinito*, y representa una red muy fuerte. En general, cuanto mayor es la potencia de cortocircuito de un nudo y cuanto mayor es la inercia de los generadores de la red a la que está conectado, más se acerca al ideal de nudo de potencia infinita. Todas las pérdidas del sistema han sido despreciadas.

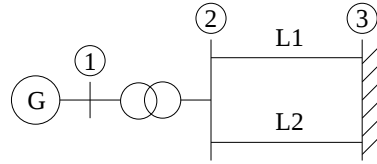


Figura 1: Sistema con un generador y un nudo de potencia infinita.

Representemos el comportamiento dinámico del generador síncrono mediante el modelo clásico, de modo que la tensión interna E' queda fija y el ángulo δ varía siguiendo las oscilaciones mecánicas del rotor. Los valores E' y X'_d corresponden al periodo transitorio, ya que es el periodo que más influye sobre las primeras oscilaciones del generador, las más críticas desde el punto de vista de la estabilidad del sistema. Por otro lado, despreciamos el efecto del regulador de velocidad.

Agrupando las reactancias, el sistema puede ser reducido al representado en la figura 3, donde la reactancia X_t incluye a la reactancia transitoria del generador y a todas las reactancias entre el generador y el nudo de potencia

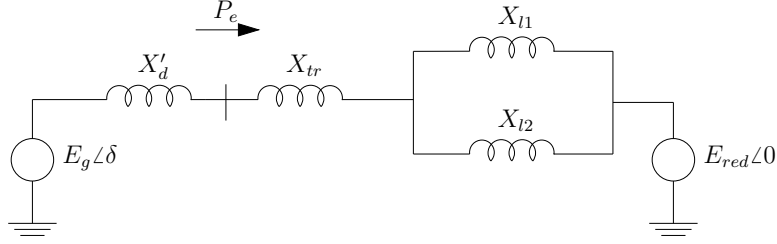


Figura 2: Circuito equivalente.

infinita. Fácilmente puede deducirse que la potencia activa P_e entregada por el generador síncrono es

$$P_e = \frac{E' E_{red}}{X_t} \sin \delta = P_{max} \sin \delta \quad (1)$$

donde

$$P_{max} = \frac{E' E_{red}}{X_t} \quad (2)$$

La potencia P_{max} es la potencia eléctrica máxima que puede aportar el generador síncrono, y permanece constante en el tiempo. La potencia eléctrica saliente del generador P_e es también la potencia transmitida en el entrehierro, puesto que hemos despreciado la resistencia en el estátor.

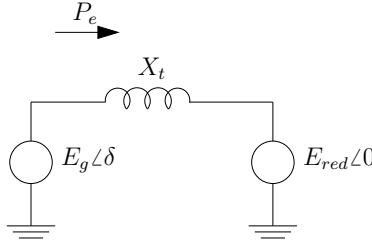


Figura 3: Sistema equivalente reducido.

Supongamos que el generador está funcionando al 50 % de su potencia nominal. Tomando la potencia nominal del generador como potencia base del sistema, ello significa que produce 0,5 p.u.. Esta situación es la representada en la figura 4, en la que en el eje de abscisas tenemos el ángulo mecánico δ y en el eje de ordenadas la potencia. La sinusoide de dicha figura es la representación gráfica de la ecuación 1. La potencia mecánica entrante es 0,5 p.u. puesto que despreciamos las pérdidas, y por tanto el ángulo inicial δ_0 puede calcularse gráficamente apartir de la intersección entre la recta $P_m = 0,5$ y la curva de la potencia eléctrica, marcada por el punto a .

2.1. Ejemplo de oscilación de la máquina síncrona

Si en un momento dado se produjese un incremento de la potencia mecánica entrante al generador desde $P_{m0} = 0,5$ hasta $P_{m1} = 0,8$, el nuevo punto de equilibrio quedaría definido en la figura 5 por el punto b , donde la recta

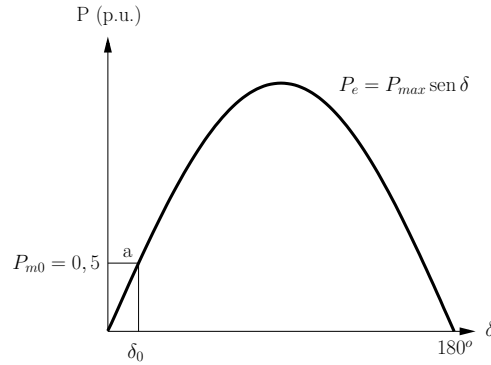


Figura 4: Punto de funcionamiento inicial.

$P_{m1} = 0,8$ corta a la sinusoide. La evolución dinámica a partir del punto inicial puede describirse como sigue. En el momento en que aumenta la potencia mecánica entrante el generador recibe más energía que la que vierte a la red, y por tanto comienza a acelerarse y a incrementar su energía cinética. Al aumentar la velocidad del rotor comienza a crecer el ángulo mecánico δ , y por tanto el punto de funcionamiento se desplaza sobre la sinusoide hacia la derecha.

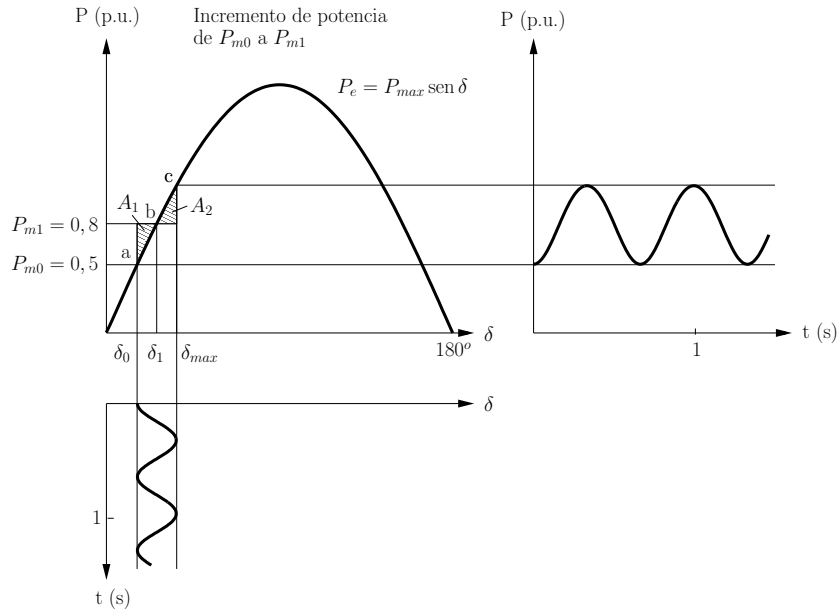


Figura 5: Incremento de potencia mecánica.

Mientras el rotor no alcanza el punto b , la potencia entrante es menor que la saliente y por tanto la aceleración es positiva. Una vez sobrepasado el punto b , la potencia mecánica entrante es menor que la potencia eléctrica de salida, y por tanto la máquina comienza a frenarse. Entre los puntos b y c la derivada del ángulo δ (velocidad angular) es positiva pero la derivada segunda (aceleración angular) es negativa. En el punto c la derivada del ángulo δ se anula, por lo que

el punto c corresponde a la máxima desviación angular que alcanza el rotor. A partir de entonces el ángulo δ comienza a decrecer y el proceso prosigue de forma que δ oscila alrededor del punto de equilibrio b , alcanzado su valor mínimo y máximo en los puntos a y c respectivamente.

Conviene subrayar que el ángulo δ representa la *desviación angular* del rotor, es decir, el ángulo mecánico del rotor descontando la frecuencia de sincronismo. Podemos escribir

$$\frac{d\delta}{dt} = p \frac{d\theta_r}{dt} - \omega_0 \quad (3)$$

donde θ_r es el ángulo mecánico, p el número de pares de polos y ω_0 la frecuencia de sincronismo. Por tanto en los puntos a y c en los que la derivada de δ se anula la velocidad mecánica no es evidentemente cero, sino la velocidad de sincronismo.

La figura 5 muestra igualmente la evolución temporal de la potencia eléctrica y de la desviación angular δ . Puede observarse que en la simulación ambas oscilan indefinidamente alrededor del nuevo punto de equilibrio. En un caso real, las oscilaciones serían amortiguadas de manera que la máquina alcanzaría el punto b en régimen permanente a los pocos segundos.

2.2. Fundamento matemático del criterio de igualdad de áreas

La ecuación de oscilación de la máquina síncrona es

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{\omega_0}{2H}(P_m - P_e) \quad (4)$$

Donde H es la constante de inercia, ω_0 la frecuencia de sincronismo, P_m la potencia mecánica entrante y P_e la potencia eléctrica saliente. Multiplicando en ambos miembros por $2d\delta/dt$

$$2 \frac{d\delta}{dt} \frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{\omega_0(P_m - P_e)}{H} \frac{d\delta}{dt} \quad (5)$$

o bien

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{d\delta}{dt} \right]^2 = \frac{\omega_0(P_m - P_e)}{H} \frac{d\delta}{dt} \quad (6)$$

Integrando entre dos puntos cualquiera A y B obtenemos

$$\left[\frac{d\delta}{dt} \right]^2_B - \left[\frac{d\delta}{dt} \right]^2_A = \int_A^B \frac{\omega_0(P_m - P_e)}{H} d\delta \quad (7)$$

Busquemos dos puntos A y B en los que la derivada de la desviación angular δ sea nula, para que el miembro de la izquierda sea también nulo. Uno de ellos puede ser el punto de funcionamiento inicial δ_0 , puesto que al estar en régimen permanente la desviación angular permanece constante. El segundo punto, observando la figura 5, puede ser el punto c , correspondiente a la desviación angular δ_{max} . Efectivamente, como hemos señalado en dicho punto la desviación angular ha alcanzado su valor máximo y comienza a decrecer, por lo que su derivada es nula. Por tanto, podemos escribir

$$\int_{\delta_0}^{\delta_{max}} \frac{\omega_0(P_m - P_e)}{H} d\delta = 0 \quad (8)$$

O bien, separando la integral en dos partes,

$$\int_{\delta_0}^{\delta_1} \frac{\omega_0(P_m - P_e)}{H} d\delta + \int_{\delta_1}^{\delta_{max}} \frac{\omega_0(P_m - P_e)}{H} d\delta = 0 \quad (9)$$

y reordenando

$$\int_{\delta_0}^{\delta_1} \frac{\omega_0(P_m - P_e)}{H} d\delta = \int_{\delta_1}^{\delta_{max}} \frac{\omega_0(P_e - P_m)}{H} d\delta \quad (10)$$

El primer sumando es el área A_1 rayada en la figura 5, y el segundo sumando es el área A_2 . Por tanto, la ecuación 10 indica que ambas áreas son iguales.

Esta conclusión se conoce como el *criterio de igualdad de áreas*, y permite, conociendo el punto de funcionamiento inicial y la perturbación aplicada, determinar gráficamente la oscilación máxima δ_{max} y ayudar a evaluar la estabilidad del sistema sin recurrir a métodos numéricos de integración, como se verá en los siguientes ejemplos.

2.3. Ejemplo de respuesta estable a un cortocircuito

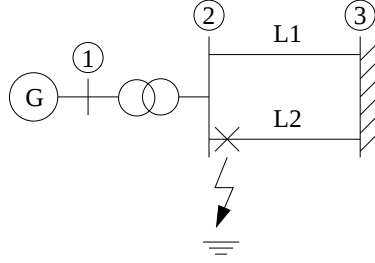


Figura 6: Cortocircuito en la línea L2, junto al nudo 2.

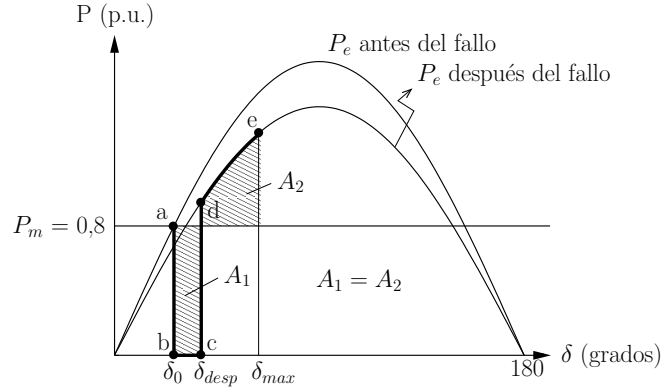


Figura 7: Caso estable: Aceleración debida a un cortocircuito.

Supongamos que se produce un cortocircuito franco trifásico en la línea L2 junto al nudo 2, tal como indica la figura 6. Durante el fallo, la potencia eléctrica aportada por el generador cae a cero, puesto que la tensión en el nudo 2 se

hace nula y no existe ningún otro camino para evacuar la potencia. Así pues, el punto de funcionamiento en el instante del fallo pasa del punto a al punto b sobre la figura 7. Dado que la potencia mecánica aportada por la turbina permanece constante, el rotor se acelera y la desviación angular δ comienza a crecer. Pasado un cierto tiempo, cuando el rotor ha alcanzado el punto c , actúan las protecciones que despejan el fallo mediante la desconexión de la línea L2. En ese momento se restaura el par electromagnético y el generador vuelve a verter potencia eléctrica a la red.

El equivalente eléctrico de la red visto desde el generador antes y después del fallo no es el mismo, puesto que después del fallo solamente existe la línea de transporte L1. Así pues cambia el valor de la reactancia X_t entre el generador y la red ideal y la relación ángulo-potencia queda definida por una nueva sinusoides, de forma que el generador pasa al punto de funcionamiento d en la figura 7. Como puede observarse, la potencia eléctrica es superior a la mecánica, por lo que el rotor del generador comienza a frenarse hasta alcanzar de nuevo la velocidad de sincronismo en el punto e . En este punto la aceleración mecánica sigue siendo negativa y el ángulo δ comienza a decrecer. La aplicación del criterio de igualdad de áreas a la figura 7 permite establecer la igualdad entre las áreas A_1 y A_2 .

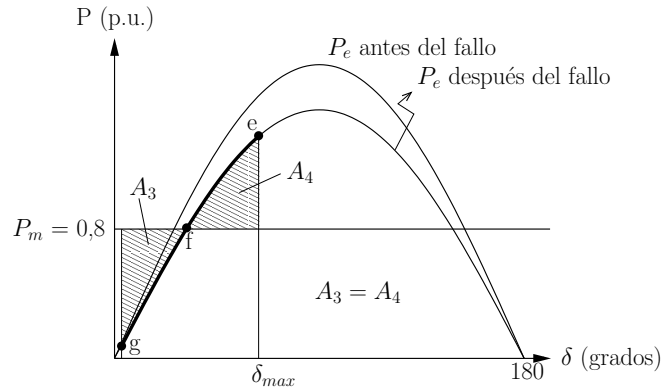


Figura 8: Caso estable: Desaceleración y oscilación.

A partir de este instante y a falta de cualquier efecto amortiguador, el generador oscilará alrededor del nuevo punto de equilibrio f indicado en la figura 8, recorriendo el camino entre los ángulos extremos e y g . La aplicación de nuevo del criterio de igualdad de áreas, permite establecer la igualdad de las áreas A_3 y A_4 en dicha figura.

La figura 9 muestra la evolución temporal de la potencia eléctrica vertida por el generador y de la desviación angular δ . La potencia eléctrica máxima y mínima corresponde a las desviación angular máxima y mínima, respectivamente.

2.4. Ejemplo de respuesta críticamente estable a un cortocircuito

Tomando el mismo ejemplo anterior, si la duración de la falta aumenta puede producirse una situación como la que indica la figura 10. En dicha figura, el punto e se encuentra muy cerca de la línea horizontal que representa la potencia

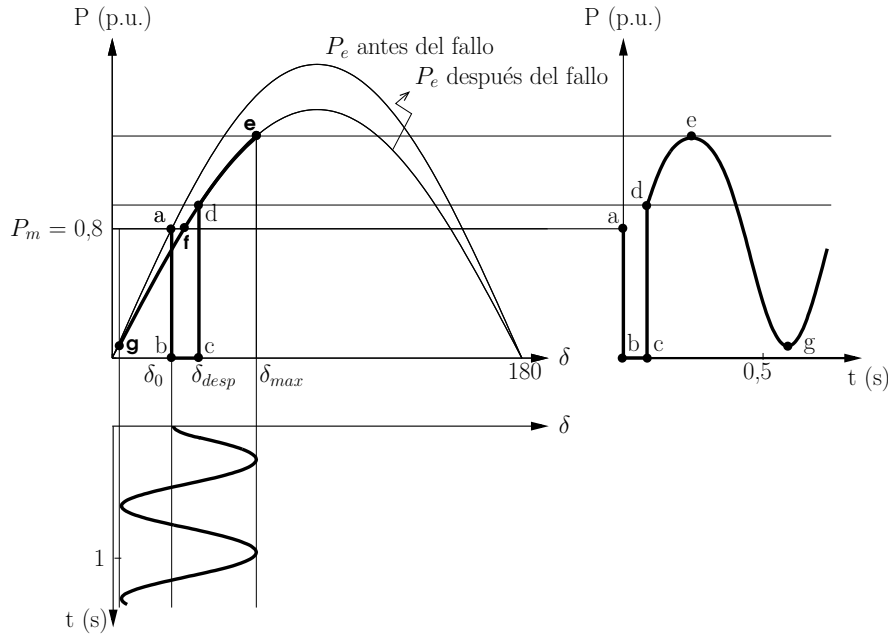


Figura 9: Caso estable: Oscilación de la máquina síncrona.

mecánica aportada por la turbina. Si el punto e llegase a estar por debajo de la potencia mecánica, la potencia eléctrica saliente sería inferior a la potencia entrante aportada por la turbina, por lo que el generador comenzaría de nuevo a acelerarse y el caso sería inestable. La situación que muestra la figura 10, aun cuando es estable, se encuentra cerca del límite de estabilidad, y por eso se llama caso *críticamente estable*.

Una vez más, el criterio de igualdad de áreas aplicado a la figura 10 nos indica que el área A_1 es igual al área A_2 . La figura 11 representa los extremos entre los que oscila la máquina síncrona, y puede demostrarse que el área A_3 es igual al área A_4 . Se observa que durante parte de la oscilación la potencia eléctrica aportada por la máquina es negativa, es decir, la máquina consume potencia. Siguiendo el mismo esquema que en los ejemplos anteriores, la figura 12 representa la evolución gráfica de la potencia eléctrica y de la desviación angular.

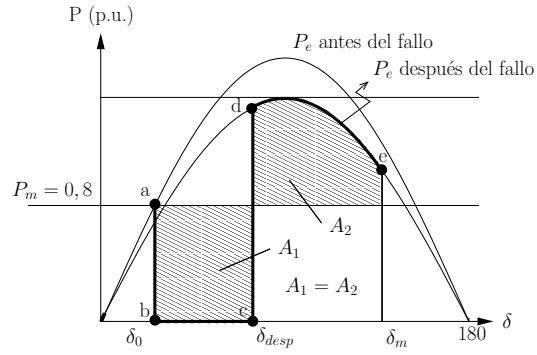


Figura 10: Caso críticamente estable: Aceleración debida a un cortocircuito.

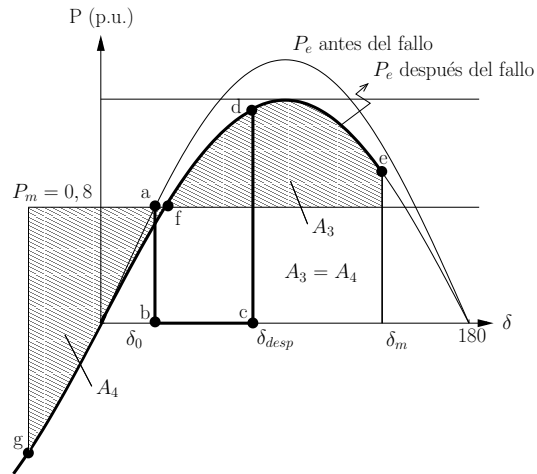


Figura 11: Caso críticamente estable: Desaceleración y oscilación.

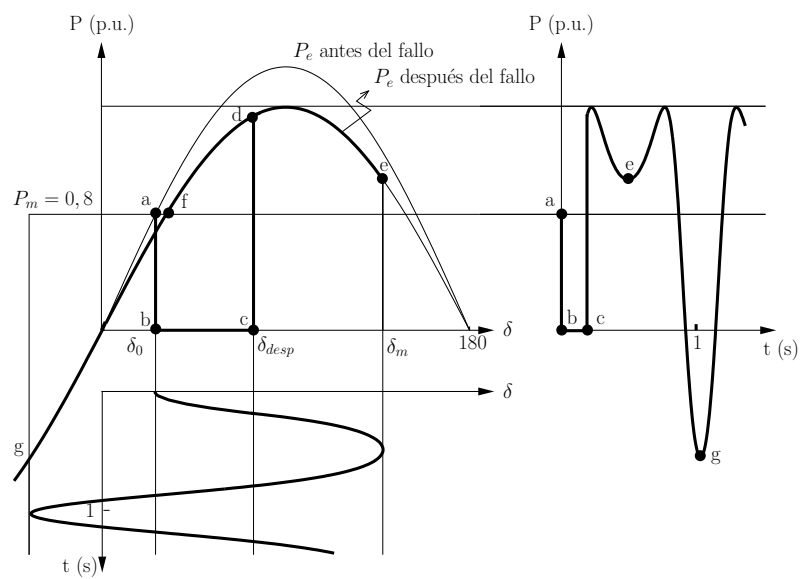


Figura 12: Caso críticamente estable: Oscilación de la máquina síncrona.

2.5. Ejemplo de respuesta inestable a un cortocircuito

Si las protecciones tardan demasiado tiempo en desconectar la línea afectada por el fallo, el generador puede perder el sincronismo definitivamente. Ésta es la situación mostrada en la figura 13. El momento en el que el fallo es despejado corresponde al punto c. A partir de entonces, la aceleración angular es negativa pero δ sigue creciendo hasta rebasar el punto límite marcado por el desplazamiento angular $\delta = 180^\circ - \delta_0$. Más allá de este punto la aceleración vuelve a ser positiva, puesto que la potencia mecánica entrante es superior a la potencia eléctrica saliente. A partir de entonces la simulación muestra cómo el ángulo delta crece indefinidamente y la potencia eléctrica varía rápidamente en función del desplazamiento angular. En la práctica, antes de llegar a esta situación el generador síncrono sería desconectado por alguna de las protecciones de la planta.

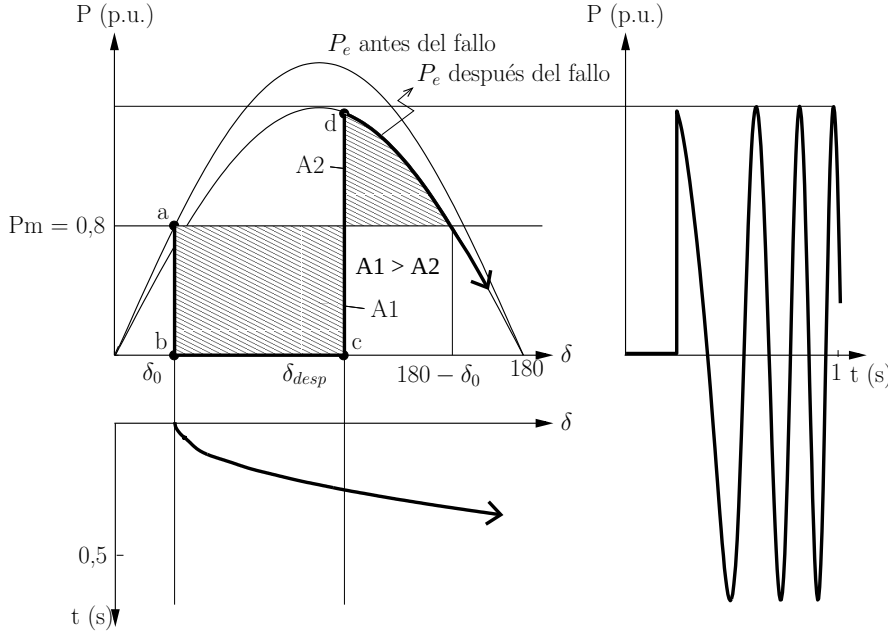


Figura 13: Caso inestable.

2.6. Otro ejemplo de cortocircuito

En los ejemplos mostrados anteriormente la potencia eléctrica vertida por el generador cae a cero durante el fallo, puesto que no existe ningún camino para ceder potencia a la red ni ninguna resistencia que disipe energía. Sin embargo, es posible que un cortocircuito no sea tan cercano al generador como para anular el intercambio de energía con la red. La figura 14 muestra un caso correspondiente a un cortocircuito en la mitad de la línea L2. En estas condiciones, la relación entre ángulo y potencia durante el fallo queda definida por la sinusoide inferior en la figura 15, por lo que al producirse el fallo el generador pasa del punto a al punto b. Naturalmente, esta situación provoca una aceleración menos enérgica del rotor que en los ejemplos anteriores. El camino hasta el desplazamiento an-

The figure consists of three subplots illustrating the power system's response to a fault.

- Main Plot (Power-Angle Characteristic):** The vertical axis is Power P (p.u.) and the horizontal axis is the power angle δ (degrees). It shows three curves:
 - P_e antes del fallo (Pre-fault): The uppermost curve.
 - P_e despues del fallo (Post-fault): The middle curve, which is lower than the pre-fault curve.
 - P_e durante el fallo (During fault): The lowermost curve.
 Key points and areas are marked:
 - Point a is on the pre-fault curve at δ_0 .
 - Point b is on the during-fault curve at δ_0 .
 - Point c is on the during-fault curve at δ_{desp} .
 - Point d is on the post-fault curve at δ_{desp} .
 - Point e is the maximum point of the post-fault curve at δ_m .
 - Point f is on the pre-fault curve at δ_{desp} .
 - Area A_1 is the shaded area between the pre-fault and during-fault curves from δ_0 to δ_{desp} .
 - Area A_2 is the shaded area between the post-fault and during-fault curves from δ_{desp} to δ_m .
 - The condition $A_1 = A_2$ is noted, indicating the equal area criterion for stability.
 - The value $P_m = 0,8$ is marked on the vertical axis.
- Top Right Plot (Power vs. Time):** The vertical axis is Power P (p.u.) and the horizontal axis is time t (s). It shows a transient power response with a sharp drop followed by oscillations. A mark '1' is on the time axis.
- Bottom Left Plot (Fault Current vs. Time):** The vertical axis is fault current i (p.u.) and the horizontal axis is time t (s). It shows a decaying sinusoidal current waveform. A mark '1' is on the vertical axis.

2.7. Factores que afectan a la estabilidad transitoria

- La carga del generador: a más carga, menos estable es el caso.
- La distancia al fallo: cuanto mayor es la distancia, mayor es la potencia eléctrica vertida por el generador durante la falta y más estable es el caso.
- El tiempo de despeje de falta: a menor tiempo de despeje mayor estabilidad.

- La selectividad de las protecciones: cuanto mayor es, mayor es la sinusoide que representa la potencia vertida después del fallo y más estable es el caso.
- La inercia del generador: cuanto mayor es menos se acelera la máquina, y más estable es el caso.
- La tensión de la red de transporte y la tensión interna del generador: cuanto mayores son mayor es la sinusoide que representa la potencia vertida después del fallo y más estable es el caso.

Ejemplo

Un generador síncrono con constante de inercia $H = 5$ s se halla conectado a una red de transporte, de frecuencia 50 Hz, que se considera de tensión constante. En condiciones normales, la potencia eléctrica aportada por el generador se relaciona con el ángulo eléctrico δ del generador a través de la expresión

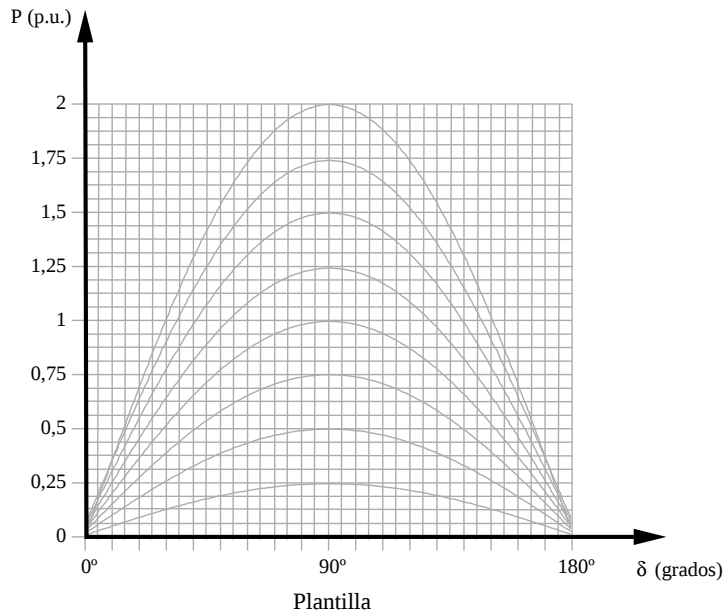
$$P_e = 2\text{sen}\delta$$

La potencia eléctrica inicial es 0,75 p.u..

En un momento determinado, se produce un fallo que hace que la potencia vertida por el generador caiga a cero. Una vez despejado el fallo, se vuelve a la situación inicial.

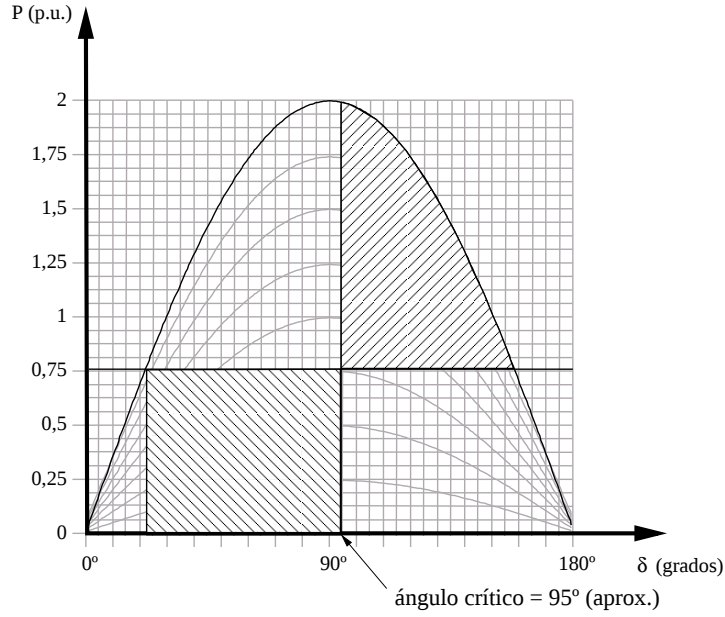
Calcular aproximadamente, usando la siguiente plantilla:

1. El ángulo crítico de despeje de falta.
2. El tiempo crítico de despeje de falta.



Solución

El ángulo crítico de despeje de falta será aquel que iguale las dos áreas rayadas en la siguiente figura. Como puede observarse, $\delta_{cr} = 95^\circ$ aproximadamente.



Para calcular el tiempo crítico de despeje de falta, partimos de la ecuación de oscilación.

$$\frac{2H}{\omega_0} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_e \quad (11)$$

Luego, en este caso, y durante el fallo:

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{314 \text{ rad/s}}{2 \times 5 \text{ s}} (0,75 - 0) = 23,562 \text{ rad/s}^2 \quad (12)$$

Integrando una vez, obtenemos la derivada de la desviación angular:

$$\frac{d\delta}{dt} = 23,562t \text{ rad/s} \quad (13)$$

Integrando de nuevo, sin olvidar el ángulo inicial, obtenemos la desviación angular δ . En la gráfica podemos ver que el ángulo inicial es, aproximadamente, $\delta_o = 22,5^\circ = 0,39 \text{ rad}$. Por tanto

$$\delta = \left(\frac{23,562}{2} t^2 + 0,39 \right) \text{ rad} = (11,781t^2 + 0,39) \text{ rad} \quad (14)$$

El ángulo crítico $\delta_{cr} = 95^\circ = 1,66 \text{ rad}$ se alcanzará en el tiempo crítico t_{cr} , luego podemos escribir

$$1,66 = (11,781t_{cr}^2 + 0,39) \quad (15)$$

Y despejando t_{cr}

$$t_{cr} = 0,33 \text{ s} \quad (16)$$

Ejemplo

En el sistema del ejemplo anterior, y partiendo de la misma situación inicial, se produce un fallo que hace que la potencia vertida por el generador caiga a:

$$P_e = 0,875 \sin \delta$$

Una vez despejado el fallo, se llega a una nueva situación en la que la potencia eléctrica es

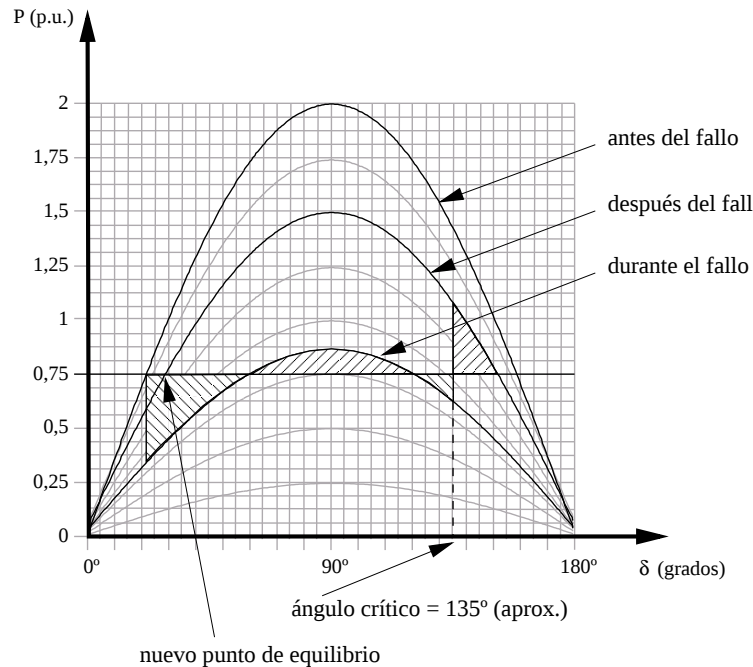
$$P_e = 1,5 \sin \delta$$

Calcular aproximadamente, usando la misma plantilla:

1. El ángulo crítico de despeje de falta.
2. El punto de equilibrio después del fallo.

Solución

De nuevo, buscamos el ángulo crítico que iguala las áreas rayadas por debajo (zona de aceleración) y por encima (zona de frenado) de la potencia mecánica. En este caso, y como se aprecia en la figura, el ángulo crítico resulta ser, aproximadamente, $\delta_{cr} = 135^\circ$



El nuevo punto de equilibrio, representado en la misma figura, es la intersección entre la recta de la potencia mecánica, y la curva que representa la potencia eléctrica después del fallo.

3. Simulación de la respuesta dinámica del sistema eléctrico

El método de igualdad de áreas puede ser útil en casos especialmente sencillos como el descrito en la secciones precedentes, pero su aplicación resulta muy complicada en sistemas reales. Es fácil imaginar la dificultad que supone aplicar el razonamiento anterior a un caso con múltiples máquinas, con modelos detallados de generador, con reguladores de velocidad y tensión y con pérdidas

en las líneas y transformadores. En la práctica, el método más útil para analizar la estabilidad transitoria de los sistemas eléctricos consiste en representar las ecuaciones diferenciales que rigen el comportamiento dinámico de los distintos elementos, e integrarlas numéricamente con la ayuda de una herramienta informática.

3.1. Modelo dinámico del sistema eléctrico

En los programas de simulación de sistemas eléctricos para estudios de estabilidad transitoria, el esfuerzo de computación suele ser elevado. Para saber si los generadores síncronos de un sistema permanecen en sincronismo después de una perturbación, normalmente se simulan entre 10 y 30 segundos. Teniendo en cuenta que el tamaño de las redes de transporte simuladas asciende frecuentemente a varios miles de nudos, es natural que los modelos utilizados traten de preservar tan sólo aquellos fenómenos relevantes para la estabilidad del sistema, y que desprecien aquellos fenómenos cuyo efecto sobre la estabilidad es muy pequeño. En particular, despreciar fenómenos muy rápidos ayuda a reducir el esfuerzo de computación, puesto que permite emplear pasos de integración mayores.

Con el fin de reducir los tiempos de simulación y la ocupación de memoria, y dado que su influencia sobre la estabilidad del sistema es muy pequeña, los programas informáticos de simulación dinámica para estudios de estabilidad desprecian los transitorios electromagnéticos en las reactancias y capacidades de la red. Esto quiere decir que suponen que los transitorios en estos elementos ocurren infinitamente rápido, o dicho de otro modo, que las corrientes en las bobinas y las tensiones en los condensadores alcanzan inmediatamente su régimen permanente. De esta forma las variables eléctricas pueden representarse mediante fasores, de manera que, por ejemplo, la reactancia serie de una línea no impone la ecuación $u = L \frac{di}{dt}$, sino la ecuación $\mathcal{U} = \omega L \mathcal{I}$. Así se sustituye una ecuación diferencial con una constante de tiempo pequeña por una ecuación algebraica en números complejos, con el consiguiente ahorro de esfuerzo computacional. Una consecuencia de esta práctica es que la corriente en las bobinas y la tensión en los condensadores puede variar instantáneamente durante la simulación. En resumen, las siguientes afirmaciones respecto a los programas para estudios de estabilidad transitoria son equivalentes, aunque a primera vista parezcan distintas:

- Desprecian los transitorios electromagnéticos en la red.
- Sólo representan la componente fundamental de 50 Hz de las variables eléctricas.
- Representan la red mediante fasores.

Existen por tanto dos grandes familias de programas informáticos para análisis dinámico de sistemas eléctricos. La primera la constituyen los programas orientados a la simulación de transitorios electromagnéticos que representan las ondas de tensión y corriente completas, por ejemplo los programas EMTP y PSCAD-EMTDC. La segunda familia la constituyen los programas orientados a la simulación de transitorios electromecánicos y estudios de estabilidad, por ejemplo el programa PSSE. Es posible realizar un estudio de estabilidad con un

programa de transitorios electromagnéticos, pero las simulaciones duran más tiempo, y para sistemas medianamente grandes puede resultar impracticable. Algunos programas, como PowerFactory, permiten ambos tipos de simulaciones.

3.2. Modelo dinámico del generador síncrono

Los generadores síncronos son los encargados de generar la mayor parte de la energía eléctrica consumida en la red, y su respuesta dinámica resulta determinante para la estabilidad del sistema después de una perturbación. Por ello, para simular la respuesta transitoria de un sistema eléctrico es imprescindible modelar adecuadamente los generadores síncronos.

Las ecuaciones dinámicas de un generador síncrono se plantean habitualmente, por claridad y facilidad de cálculo, en un sistema de referencia ligado al rotor a través de la correspondiente transformación matemática. El desarrollo de las ecuaciones del modelo, a partir de las relaciones entre tensiones, corrientes y enlaces de flujo magnético entre los distintos devanados de la máquina, queda fuera del propósito de este texto. Aquí vamos a limitarnos al comentario de las simplificaciones habituales en estudios de estabilidad y a la exposición razonada de las ecuaciones en su forma final, subrayando su estructura y su relación con el modelo de la red de transporte¹.

La principal suposición aplicada en los estudios de estabilidad consiste en despreciar los transitorios en el estátor, es decir, suponer que estos transitorios son infinitamente rápidos. Antes de aplicar esta simplificación, la tensión en los terminales del estátor depende de la derivada temporal del enlace de flujo magnético por los devanados estatóricos, de acuerdo con la ley de inducción de Faraday. Al aplicar esta simplificación anulamos esta derivada y suponemos que el enlace de flujo magnético alcanza instantáneamente su valor final. El efecto sobre el error de la simulación es pequeño, y se consiguen dos efectos beneficiosos desde el punto de vista computacional:

1. Se reduce el orden del modelo, o número de ecuaciones diferenciales.
2. Las ecuaciones del estátor se vuelven algebraicas y pueden expresarse de forma fasorial, facilitando su resolución conjunta con las ecuaciones de la red de transporte.

Otra suposición habitual consiste en despreciar las variaciones de la frecuencia respecto a la frecuencia nominal, esto es, asumir $\omega_0 + \Delta\omega \approx \omega_0$. Esta simplificación tampoco afecta significativamente a los resultados.

Consideremos una máquina síncrona con un devanado de campo identificado por el subíndice fd , un devanado amortiguador con su misma orientación e identificado por el subíndice ld , y dos devanados amortiguadores en cuadratura definidos por los subíndices $1q$ y $2q$. La forma habitual de las ecuaciones del modelo en valores unitarios, agrupando por separado las ecuaciones del rotor, las del estátor y las cinéticas, es la siguiente.

¹El desarrollo completo de las ecuaciones del modelo de generador síncrono puede consultarse en [1, sec. 3 y 13.3.2]

Ecuaciones del rotor

$$\frac{d\Psi_{fd}}{dt} = \omega_0 \left[e_{fd} + \frac{(\Psi_{ad} - \Psi_{fd})R_{fd}}{L_{fd}} \right] \quad (17)$$

$$\frac{d\Psi_{1d}}{dt} = \omega_0 \left(\frac{(\Psi_{ad} - \Psi_{1d})}{L_{1d}} \right) R_{1d} \quad (18)$$

$$\frac{d\Psi_{1q}}{dt} = \omega_0 \left(\frac{(\Psi_{aq} - \Psi_{1q})}{L_{1q}} \right) R_{1q} \quad (19)$$

$$\frac{d\Psi_{2q}}{dt} = \omega_0 \left(\frac{(\Psi_{aq} - \Psi_{2q})}{L_{2q}} \right) R_{2q} \quad (20)$$

Estas ecuaciones reflejan la relación entre las tensiones inducidas en los diferentes devanados rotóricos, los enlaces de flujo correspondientes y las derivadas de los enlaces de flujo, de acuerdo con la ley de inducción de Faraday. Las derivadas de las variables de estado, es decir de los enlaces de flujo, han sido despejadas para que las ecuaciones adopten la forma habitual en que se plantean las ecuaciones diferenciales ordinarias. Los términos ω_0 y e_{fd} son la frecuencia de sincronismo y la tensión aplicada al devanado de campo, respectivamente. Los parámetros R son las resistencias de los devanados correspondientes. Las variables Ψ son los enlaces de flujo por cada uno de los devanados. Los términos Ψ_{ad} y Ψ_{aq} corresponden al enlace de flujo mutuo en el entrehierro, es decir, el enlace de flujo por los devanados del estátor sin considerar el flujo de dispersión en los mismos, y pueden calcularse a partir de las variables de estado y de la corriente en el estátor mediante las siguientes ecuaciones:

$$\Psi_{ad} = L''_{ads} \left(-i_d + \frac{\Psi_{fd}}{L_{fd}} + \frac{\Psi_{1d}}{L_{1d}} \right) \quad (21)$$

$$\Psi_{aq} = L''_{aqs} \left(-i_q + \frac{\Psi_{1q}}{L_{1q}} + \frac{\Psi_{2q}}{L_{2q}} \right) \quad (22)$$

donde L''_{ads} y L''_{aqs} son parámetros que dependen de las inductancias propias de los devanados rotóricos y de las inductancias mutuas entre los devanados rotóricos y estatórico. Las variables i_d e i_q son las componentes de la corriente por el estátor.

Ecuaciones del estátor

Las tensiones e_d y e_q , componentes directa y en cuadratura, respectivamente, de la tensión en los terminales del estátor, se calculan mediante las siguientes ecuaciones algebraicas:

$$e_d = -R_a i_d + (\omega L''_q) i_q + E''_d \quad (23)$$

$$e_q = -R_a i_q - (\omega L''_d) i_d + E''_q \quad (24)$$

donde R_a es la resistencia de los devanados del estátor y los términos L''_d , L''_q corresponden a las inductancias propias en los devanados estatóricos, que incluyen tanto el flujo mutuo entre los devanados del estátor y del rotor como el

flujo de dispersión. Los términos E_d'' , E_q'' se calculan a partir de las variables de estado según las ecuaciones

$$E_d'' = -\omega L_{aqs}'' \left(\frac{\Psi_{1q}}{L_{1q}} + \frac{\Psi_{2q}}{L_{2q}} \right) \quad (25)$$

$$E_q'' = -\omega L_{ads}'' \left(\frac{\Psi_{fd}}{L_{fd}} + \frac{\Psi_{1d}}{L_{1d}} \right) \quad (26)$$

Si se cumple $L_d'' = L_q''$ entonces, tomando $X'' = j\omega L_d''$, las ecuaciones 23 y 24 pueden representarse en números complejos como

$$\mathcal{E} = -(R_a + jX'')\mathcal{I} + \mathcal{E}'' \quad (27)$$

lo cual supone una gran ventaja porque permite resolver esta ecuación junto con las ecuaciones fasoriales de la red de transporte, una vez realizado el correspondiente cambio del sistema de referencia. La ecuación 27 corresponde al circuito representado en la figura 16. De esta forma, el generador síncrono se representa mediante una fuente de tensión interna $\mathcal{E}''$ cuyo valor se calcula en función de las variables de estado detrás de una impedancia $R_a + jX''$. En cada paso de integración es necesario actualizar los valores de las variables de estado, calcular la tensión interna del generador, y resolver la ecuación algebraica 27 junto con el resto de las ecuaciones del sistema.

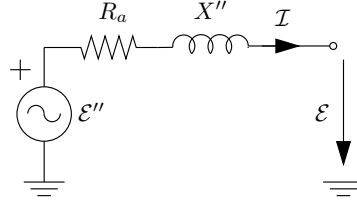


Figura 16: Equivalente Thevenin

Ecuaciones cinéticas

El modelo de generador síncrono se completa con las ecuaciones mecánicas que relacionan la aceleración, la velocidad y el desplazamiento angular con el par mecánico y el par electromagnético.

$$\frac{d\Delta\omega_r}{dt} = \frac{1}{2H}(T_m - T_e - K_d\Delta\omega_r) \quad (28)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_0\Delta\omega_r \quad (29)$$

$$T_e = \Psi_{ad}i_q - \Psi_{aq}i_d \quad (30)$$

Donde ω_r es la frecuencia mecánica, H es la constante de inercia, T_m es el par mecánico aportado desde la turbina, T_e es el par electromagnético en el entrehierro, y K_d es una constante de amortiguamiento. El par electromagnético se calcula a partir del enlace de flujo mutuo y de la corriente por el estátor como indica la ecuación 30.

3.3. Modelos reducidos de generador

En algunas ocasiones se recurre a modelos de generador síncrono más simples que el mostrado anteriormente, bien porque el generador en sí no contenga devanados amortiguadores, bien porque no sea necesario modelarlo con ese grado de detalle. Por ejemplo, si un generador se encuentra muy alejado de la perturbación que se va a simular, su efecto sobre la dinámica del sistema es pequeño, y es posible recurrir a un modelo simplificado.

Las simplificaciones más frecuentes son las siguientes:

- No representar los devanados amortiguadores. En ese caso, desaparecen las variables de estado correspondientes a los enlaces de flujo por estos devanados, reduciéndose el orden del modelo. El efecto de los devanados amortiguadores es mayor durante los primeros instantes después de una perturbación, puesto que las constantes de tiempo asociadas a estos devanados son más pequeñas que la constante de tiempo asociada al devanado de campo. Al aplicar esta simplificación, la reactancia subtransitoria X'' se substituye por una reactancia transitoria X' , y la tensión interna se designa $\mathcal{E}'$. El modelo resultante se llama modelo transitorio de generador síncrono.
- Suponer, además de la simplificación anterior, que el módulo de la tensión interna $\mathcal{E}'$ permanece constante, o lo que es lo mismo, que el enlace de flujo mutuo permanece constante. Esta suposición conduce al modelo clásico de generador, en el que las únicas variables de estado son la frecuencia mecánica $\Delta\omega_r$ y el desplazamiento angular δ . El modelo clásico de generador es el que se utilizó en la sección 2 dedicada al criterio de igualdad de áreas.
- Suponer, además, que la inercia del generador es infinita. Este modelo no contiene ninguna ecuación diferencial, por lo que el ángulo eléctrico del generador permanece constante. Se conoce como nudo de potencia infinita, y suele utilizarse para representar redes grandes, con mucha inercia.

Otra simplificación habitual consiste en agrupar conjuntos de generadores próximos entre sí y alejados de la perturbación en un único modelo de generador. Esta técnica se conoce habitualmente como agregación de generadores.

3.4. Esquema general del modelo dinámico de sistema eléctrico

La figura 17 muestra un esquema de las ecuaciones que componen el modelo dinámico del sistema eléctrico para estudios de estabilidad transitoria. La red de transporte las cargas no dinámicas y las ecuaciones del estátor de los generadores síncronos forman un conjunto de ecuaciones algebraicas que pueden ascender a varios miles, según el tamaño del sistema considerado. Si las cargas se modelan como impedancias constantes, entonces estas ecuaciones son lineales, y su solución se obtiene directamente. No obstante, es frecuente encontrar cargas no lineales que obligan a resolver el sistema de forma iterativa. Por ejemplo, un accionamiento que mantenga en todo momento la potencia activa constante y la potencia reactiva nula, independientemente de la tensión de alimentación, debe modelarse como una carga no lineal, definida por la ecuación $\mathcal{U}\mathcal{I}^* = K$.

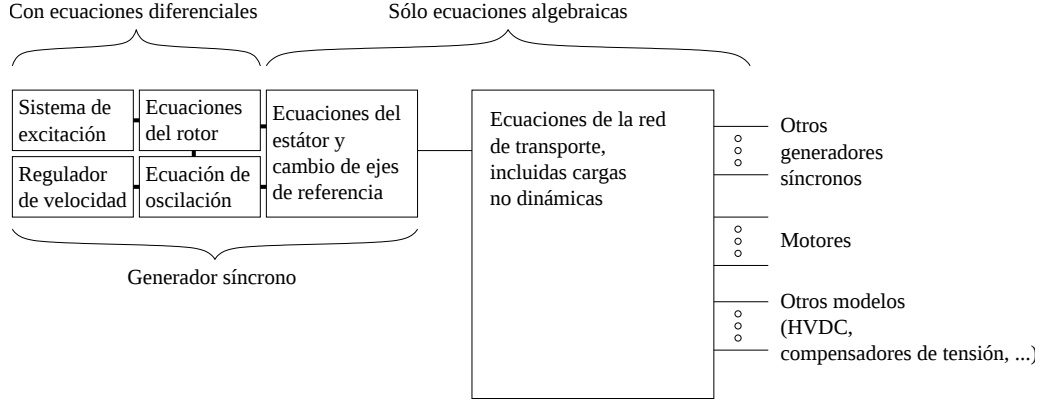


Figura 17: Esquema de las ecuaciones representadas en estudios de estabilidad transitoria.

Por otro lado existen otros modelos dinámicos que añaden ecuaciones diferenciales al modelo, además de las ecuaciones aportadas por el rotor de los generadores síncronos. Algunos de estos modelos son sistemas del control de los propios generadores síncronos, por ejemplo sistemas de excitación o reguladores de velocidad. Otros son componentes dinámicos del sistema, por ejemplo máquinas de inducción, enlaces de corriente continua (High Voltage Direct Current, HVDC), compensadores de tensión, etc.

3.5. Métodos de integración

Las ecuaciones diferenciales a resolver durante el análisis dinámico de la estabilidad de un sistema eléctrico son ecuaciones diferenciales ordinarias de la forma

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) \quad (31)$$

donde $\mathbf{x}$ es el vector de las variables de estado y t es la variable independiente (el tiempo). Las condiciones iniciales $\mathbf{x}_0, t_0$ son conocidas y corresponden, bien a un régimen permanente antes de la perturbación calculado mediante un flujo de cargas, bien al estado final de una simulación anterior.

Los métodos empleados para resolver la ecuación 31 son variados, bien conocidos y su exposición detallada queda fuera de los objetivos de este texto. En general, pueden agruparse en dos categorías: métodos implícitos y métodos explícitos.

Los métodos explícitos permiten calcular el vector de variables de estado en cada instante en función de las variables en instantes anteriores. El método más sencillo es el de Euler, que aplicado a una única ecuación $\frac{dx}{dt} = f(x, t)$ consiste en calcular en cada instante

$$x_{n+1} = x_n + \left. \frac{dx}{dt} \right|_{x=x_n} \Delta t \quad (32)$$

Dado que las propiedades del método de Euler son insatisfactorias tanto respecto a exactitud como a estabilidad numérica, en la práctica se usan

otros métodos explícitos más avanzados, por ejemplo de tipo Runge-Kutta o Predictor-Corrector. La formulación precisa de estos métodos puede encontrarse fácilmente en textos especializados en ecuaciones diferenciales ordinarias.

Los métodos explícitos son los más utilizados por su facilidad de programación. Sin embargo, conviene señalar su limitación a la hora de representar simultáneamente fenómenos rápidos y lentos. La presencia en un sistema de constantes de tiempo pequeñas obliga a emplear pasos de integración pequeños para preservar la estabilidad de la integración numérica, mientras la presencia de constantes de tiempo grandes obliga a simular periodos de tiempo largos para observar la respuesta del sistema. La presencia simultánea de constantes de tiempo pequeñas y grandes conduce a sistemas matemáticamente “rígidos”, que consumen grandes recursos de computación.

Los métodos implícitos surgen como respuesta al problema de la representación de sistemas matemáticamente rígidos. El más conocido es la regla trapezoidal, cuya aplicación a una única ecuación diferencial $\frac{dx}{dt} = f(x, t)$ consiste en el planteamiento de la ecuación de forma integral:

$$x_1 = x_0 + \int_{t_0}^{t_1} f(x, \tau) d\tau \quad (33)$$

y la posterior solución de la integral mediante su aproximación por trapecios de anchura Δt . Así, el primer paso de integración sería

$$x_1 = x_0 + \frac{\Delta t}{2} [f(x_0, t_0) + f(x_1, t_1)] \quad (34)$$

Como puede observarse, la incógnita x_1 no está despejada y aparece en ambos miembros de la ecuación, razón por la que este tipo de métodos se llaman “implícitos”. La rigidez del sistema a representar no afecta a la estabilidad de estos métodos de integración.

4. Ejemplo de simulación dinámica de un sistema eléctrico

La interpretación de los resultados de la simulación de una perturbación en un sistema eléctrico es compleja, y a menudo se basa en el conocimiento del sistema adquirido a través de la experiencia. Como ejemplo, en esta sección mostramos los resultados de un cortocircuito en la red de Nueva Inglaterra, que constituye un caso estándar para estudios dinámicos. El sistema, representado en la figura 18, contiene 39 nudos y 10 generadores síncronos. El generador 1 representa a un área vecina, y tiene una constante de inercia de 50 s. La constante de inercia del resto de los generadores se muestra en la tabla 1 y oscila entre 2,4 s y 4,2 s. El caso simulado incluye modelos de los sistemas de excitación pero no de los reguladores de velocidad, por lo que la potencia entrante a cada generador permanece constante a lo largo del tiempo.

Se muestran los resultados correspondientes a dos casos: uno estable y uno inestable. El caso estable consiste en un cortocircuito trifásico junto al nudo



Cuadro 1: Constantes de inercia de los generadores del sistema de Nueva Inglaterra.

La misma gráfica de la figura 19 ha sido representada repetidamente en las figuras siguientes con el fin de resaltar algunas curvas y facilitar la interpretación de los resultados. Así, la figura 20 resalta la trayectoria del generador 1 y

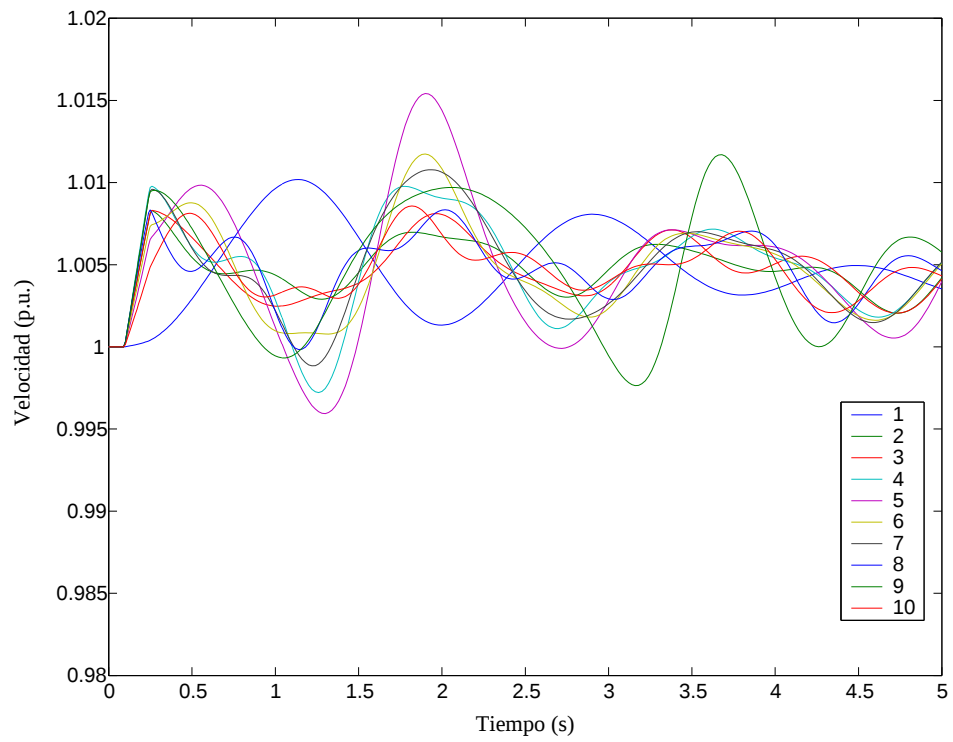


Figura 19: Caso estable: velocidad.

permite distinguir una oscilación del conjunto de los generadores 2 a 10 contra el generador 1, es decir del sistema de Nueva Inglaterra contra el área vecina. Esta oscilación entre áreas es relativamente lenta, con una frecuencia ligeramente superior a 0,5 Hz. En general, los modos de oscilación lentos en los sistemas eléctricos se deben a oscilaciones entre áreas, en las que un gran número de generadores puede oscilar solidariamente contra otro grupo.

Los modos de oscilación correspondientes a un único generador suelen ser más rápidos que los debidos a oscilaciones entre áreas, y tienen frecuencias situadas típicamente entre 1 y 3 Hz. Con el fin de ilustrar este aspecto, la figura 21 muestra la trayectoria de los generadores vecinos 8 y 10. Durante el fallo el generador 10 se acelera menos que el generador 8, probablemente debido a su elevada inercia. Como consecuencia, en el momento del despeje de fallo ambos generadores se encuentran con un desfase relativamente elevado entre ellos, y comienzan a oscilar uno contra otro. Como puede observarse, esta oscilación presenta una frecuencia aproximada de 1,4 Hz.

Los generadores que más se alejan de su velocidad nominal son el 5 y el 9 resaltados en la figura 22. El generador 5 se encuentra relativamente alejado del resto del sistema debido a su conexión a través de dos transformadores, lo que reduce el par sincronizante, y además su constante de inercia es pequeña (2,6 s), lo que aumenta su aceleración durante el fallo. Ambos factores juegan en contra de su estabilidad. En cuanto al generador 9, puede observarse en la figura 18 que se encuentra bastante alejado del resto del sistema.

La figura 23 representa el ángulo eléctrico de cada generador, en grados. Además de las correspondientes oscilaciones puede observarse que los ángulos crecen indefinidamente. La razón es que una vez recuperado el sincronismo entre los generadores la frecuencia del sistema no coincide con la inicial, puesto que no se ha modelado ningún regulador de velocidad. La desviación de frecuencia se traduce en la simulación en un incremento continuo de los ángulos, si bien en un sistema real actuarían los sistemas de control frecuencia-potencia para reconducir al sistema a su frecuencia nominal.

La figura 24 representa la potencia activa aportada por cada generador en MW. Durante el fallo la potencia generada en todas las máquinas cae debido a la caída de tensión. Una vez despejado el fallo llama la atención el gran flujo de potencia a través de la interconexión con el área vecina, representada por el generador 1. Es de suponer que la interconexión es capaz de transmitir esta potencia, pues en caso contrario habría que modelar la protección correspondiente que eventualmente desconectaría ambas áreas y dejaría a la red de Nueva Inglaterra aislada del resto del sistema.

El segundo caso presentado consiste en un cortocircuito en la línea entre los nudos 15 y 14, junto al nudo 15, despejado a los 200 ms, que conduce a un comportamiento inestable. Representamos únicamente, en la figura 25, la velocidad de los distintos generadores. Puede observarse que el generador 9, que era uno de los que más se alejaba de su velocidad nominal en el caso estable, pierde el sincronismo con el resto del sistema. Posteriormente, el sistema entero pierde el sincronismo con el área vecina representada por el generador 1.

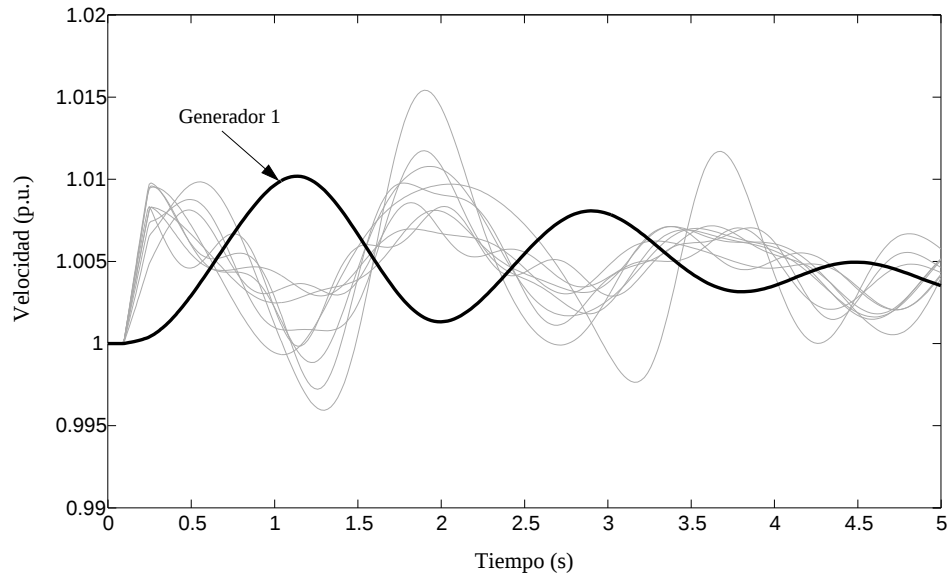


Figura 20: Caso estable: velocidad del generador 1.

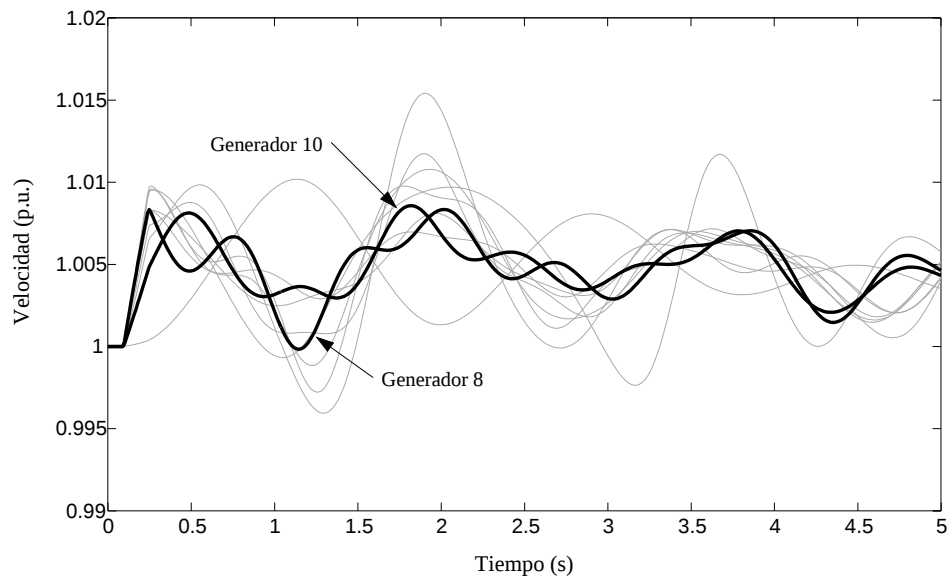


Figura 21: Caso estable: velocidad de los generadores 8 y 10.

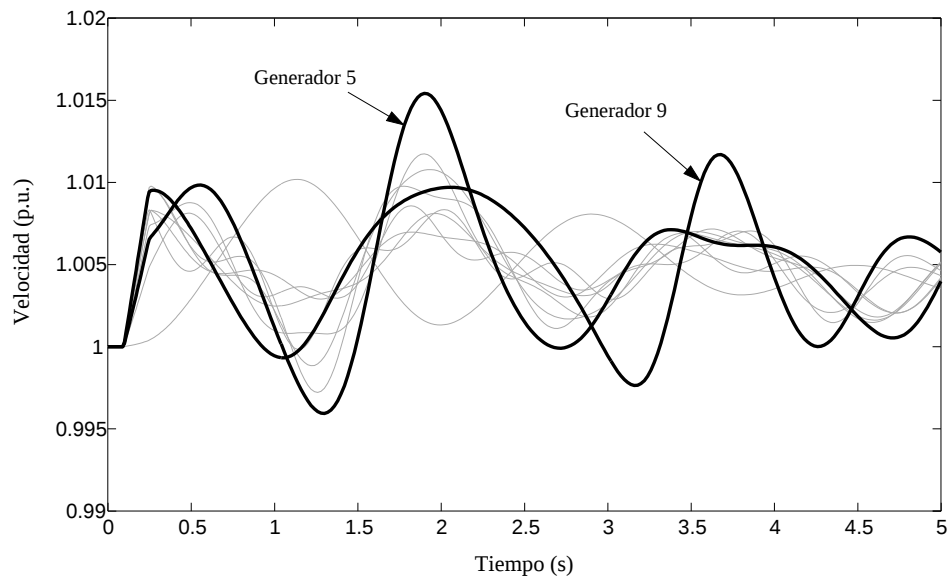


Figura 22: Caso estable: velocidad de los generadores 5 y 9.

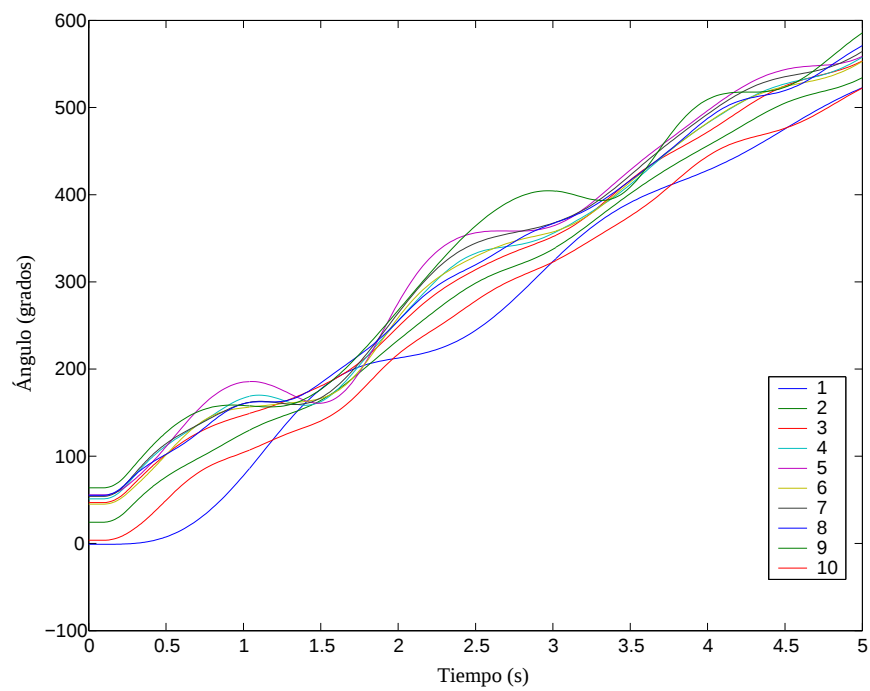


Figura 23: Caso estable: ángulo.

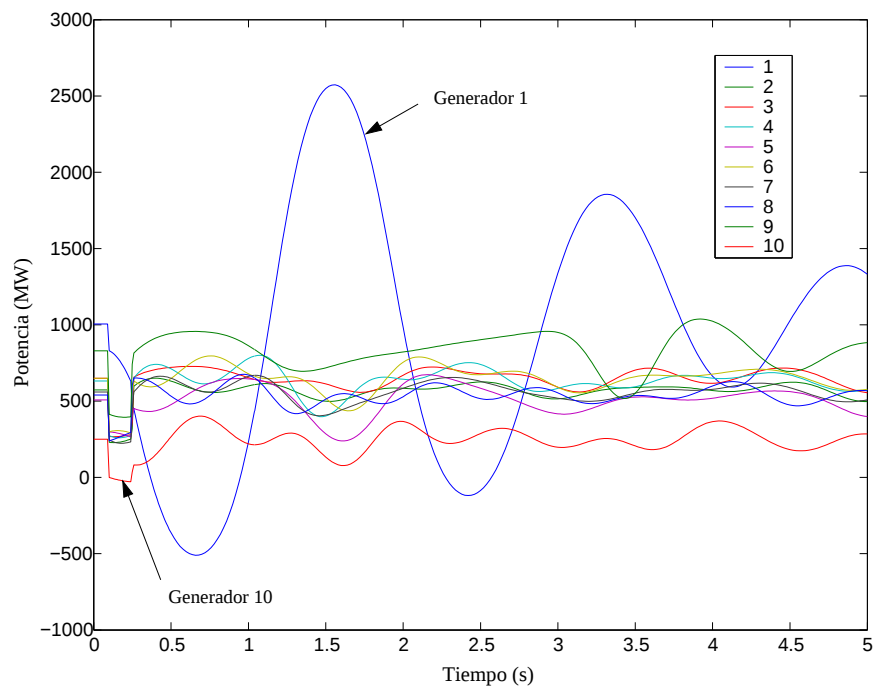


Figura 24: Caso estable: potencia activa.

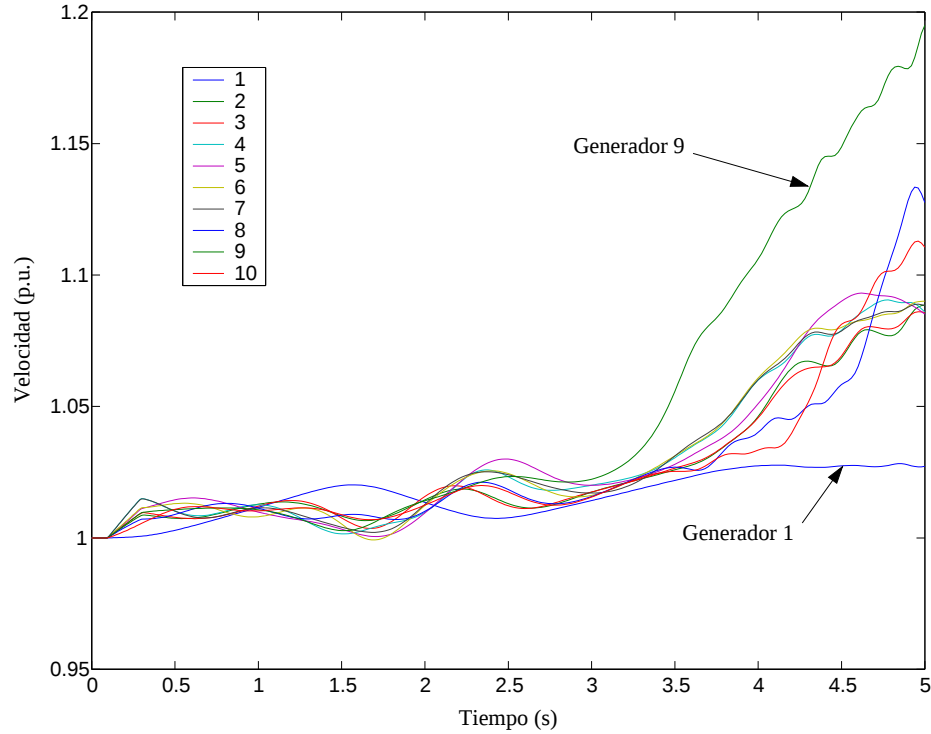


Figura 25: Caso inestable: velocidad.

5. Faltas desequilibradas

Cuando es necesario simular la respuesta dinámica del sistema ante una falta desequilibrada (fallo monofásico, bifásico o bifásico a tierra), se recurre a la descomposición de las variables eléctricas en sus componentes simétricas. La técnica es similar a la aplicada en los estudios estáticos de cálculo de corrientes de cortocircuito: se representan las redes de secuencia directa, inversa y homopolar, y se conectan entre sí de la forma especificada para resolver el tipo de fallo en cuestión. Una vez calculadas las componentes simétricas de las variables eléctricas, pueden calcularse las componentes de fase de las mismas.

En cualquier caso, la simulación dinámica de fallos desequilibrados es poco frecuente en la práctica. El cortocircuito franco trifásico, que es el que mayores oscilaciones provoca en el sistema y el que más compromete su estabilidad, es a menudo el único considerado.

Referencias

- [1] P. Kundur *Power system stability and control*, Electric Power Research Institute, 1994.